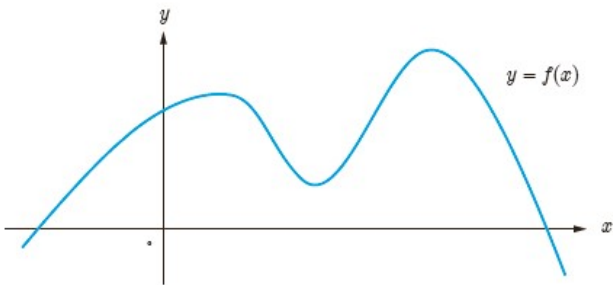


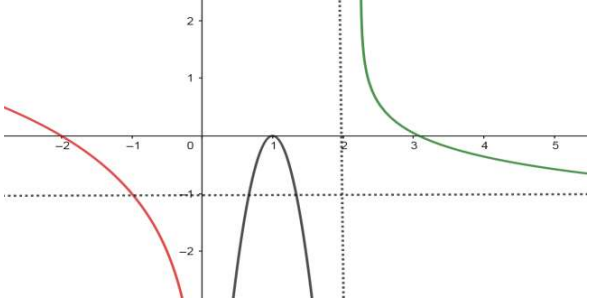
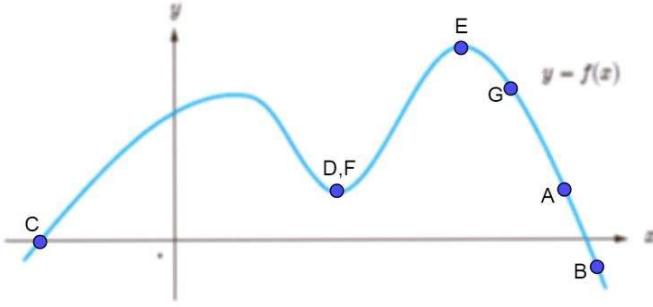


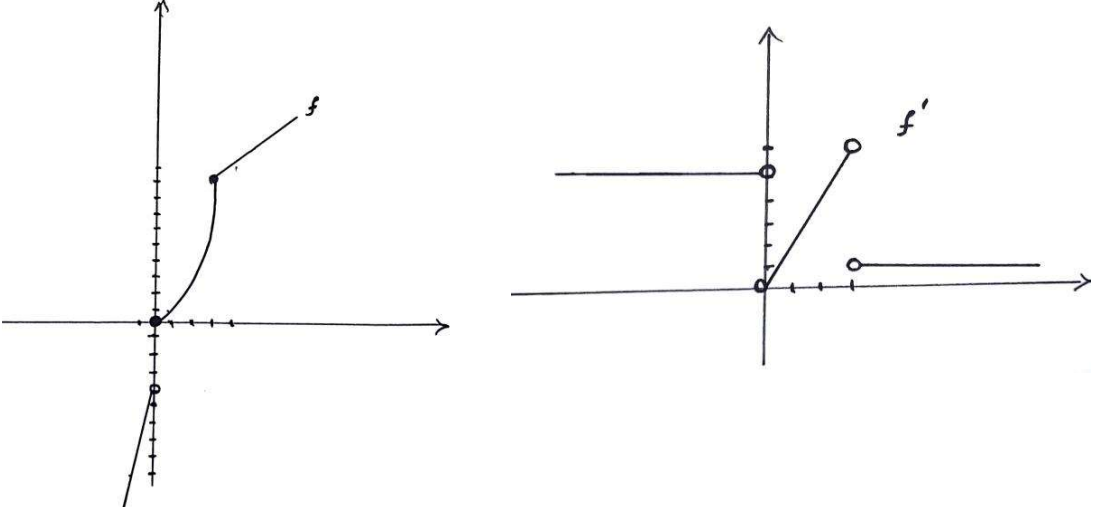
باسمه تعالی

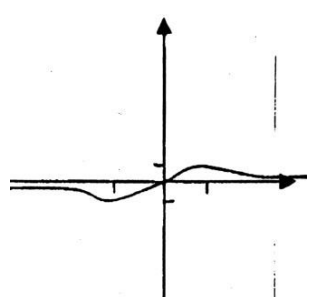
سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
طراح سوال:				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)			نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.			۲
	الف) اگر $f(x) = x^x$ و $g(x) = -(x+1)^x + 2$ آنگاه نمودار g را می توان با انتقال نمودار f ، یک واحد به چپ، سپس قرینه نسبت به محور x ها و ۲ واحد انتقال به بالا به دست آورد.			
	ب) تابع $y = \tan x$ در بازه ی $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ اکیداً صعودی است.			
	ج) چندجمله ای $x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر است.			
	د) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ برابر است با $+\infty$.			
۲	ه) تعداد مجانب های قائم تابع $y = \frac{x^x + x}{x^x - x }$ برابر ۳ است.			۲,۵
	و) وضعیت تابع $f(x) = \frac{[-x]+2}{\sqrt{x-2}}$ در اطراف مجانب قائمش به صورت			
	ز) تابع $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2$ دارای یک نقطه ی عطف می باشد.			
	ح) $x = 0$ نقطه ی مینیمم نسبی (موضعی) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ است.			
	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.			
۳	الف) نقطه ی $(-1, 4)$ روی نمودار $f(x)$ قرار دارد. این نقطه در تابع $g(x) = -2f(-3x+1) + 5$ با نقطه ی متناظر است.			۰/۷۵
	ب) اگر در چندجمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ ، باقیمانده ی تقسیم $p(x)$ بر $x - 1$ برابر ۴ باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد مقادیر a و b به ترتیب برابرند با و			
	ج) در تابع $y = 1 - 2\cos^3 \pi x$ دوره ی تناوب، مقدار ماکزیمم و مقدار مینیمم تابع به ترتیب از راست به چپ برابرند با و و			
	د) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{5x^3 - 2x^2 + 4}{x^3 + x^2 + 3x}$ برابر است با خط			
	ه) آهنگ تغییرات محیط دایره نسبت به مساحت دایره ای که مساحت آن 2π است برابر است با			
۴	و) اگر تابع f در بازه ی بسته ی $[a, b]$ باشد، آنگاه تابع در این بازه هم مینیمم مطلق و هم ماکزیمم مطلق دارد.			۱
	ز) اگر تابع f در $x = c$ پیوسته و نمودار f در نقطه ی $(c, f(c))$ خط مماس داشته و جهت تقعر f در این نقطه عوض شود $(c, f(c))$ نقطه ی تابع f نام دارد.			
	معادله ی زیر را حل کنید.			
	$\cos 2x - \cos x + 1 = 0$			
	نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که همه ی شرایط زیر را دارا باشد:			
۵	الف) $f(1) = f(-2) = 0$			۰/۷۵
	ب) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$			
	ج) خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد.			

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزشی متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲
طراح سوال:			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره	
۵	نقاطی مانند A, B, C, D, E, F و G را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص کنید به طوری که: (الف) A، نقطه ای روی نمودار است که شیب خط مماس بر نمودار در آن منفی است. (ب) B، نقطه ای روی نمودار تابع است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است. (پ) C، نقطه ای روی نمودار است که مقدار تابع در آن صفر است ولی مقدار مشتق در آن مثبت است. (ت) D، نقطه ای روی منحنی است که مشتق در آن صفر است. (ث) نقاط E و F متفاوتی روی منحنی هستند که مشتق یکسان دارند. (ج) G، نقطه ای روی منحنی است که مقدار تابع در آن مثبت و مقدار مشتق منفی است.	۱/۵	
۶	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ را در نقطه ی $x = 1$ به دست آورید و به کمک آن، معادله ی خط مماس بر محور این تابع را در این نقطه به دست آورید.	۱/۵	
۷	مشتق توابع زیر را بنویسید. (الف) $y = \left(\frac{1}{x} + 2x^5 + 1\right)^6$ (ب) $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2 - x}$ (ج) $\left(\sin \sqrt{x^2 + 1}\right) \tan^{\frac{x}{2}}$	۳	
۸	تابع $f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ x + 6 & x > 3 \end{cases}$ داده شده است. (الف) ضابطه ی تابع مشتق را بنویسید. (ب) مشتق پذیری تابع f را در بازه های $(-\infty, 0)$ و $[0, 3]$ و $(3, +\infty)$ بررسی کنید. (ج) نمودار های f و f' را رسم کنید.	۱,۷۵	
۹	به کمک آزمون مشتق مرتبه ی اول نقاط ماکسیمم و مینیمم موضعی تابع $f(x) = \sqrt[3]{\sin^2 x}$ را روی بازه ی $\left(\frac{-\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right)$ پیدا کنید.	۱	
۱۰	نقاط بحرانی و اکسترمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{3}x + 2 \cos x$ را در بازه ی $(0, 2\pi)$ به دست آورید.	۱	
۱۱	جهت تقعر تابع زیر را در دامنه ی آن بررسی نموده و نقطه ی عطف آن را در صورت وجود به دست آورید.	۲	$f(x) = x^4 - 4x^3$
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x}{x^2+1}$ را رسم کنید.	۲	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳
طراح سوال:				
ردیف	پاسخنامه			
نمره				
۱	الف) درست ه) نادرست	ب) درست و) درست	ج) نادرست ز) نادرست	د) نادرست ح) درست
۲	الف) $(-۱, ۷)$ ه) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	ب) $-\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ و) پیوسته	ج) $\frac{2}{3}$ و 3 و -۱ ز) عطف	د) $y = ۰$
۳	$2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = ۰$ $\cos x (2 \cos x - 1) = ۰ \rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, & k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$			
۴				
۵				
۶	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{2x}{x+1} - 1}{x - 1} = \frac{1}{2}$ $\xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - x - 1}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$ $A(1, 1) \quad , \quad m = f'(1) = \frac{1}{2}$ $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1)$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ معادله خط مماس بر نمودار			

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳
طراح سوال:			
ردیف	پاسخنامه	نمره	
۷	الف) $y' = \epsilon \left(\frac{1}{x} + 2x^5 + 1 \right)^5 \left(-\frac{1}{x^2} + 10x^4 \right)$ ب) $y' = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+2}}(x^2 - x) - (2x - 1)\sqrt{x+2}}{(x^2 - x)^2}$ ج) $y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} \cos(\sqrt{x^2+1}) \tan^2 \frac{x}{2} + \frac{3}{2} \tan^2 \frac{x}{2} (1 + \tan^2 \frac{x}{2}) \sin \sqrt{x^2+1}$	۳	
۸	الف) $f'(x) = \begin{cases} 5x & x < 0 \\ 2x & 0 < x < 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$ وجود ندارد $x = 0, 3$ ب) تابع f در بازه $(-\infty, 0)$ مشتق پذیر است. تابع f در $[0, 3]$ مشتق پذیر نیست. تابع f در $(3, +\infty)$ مشتق پذیر است. 	۱,۷۵	
۹	$y' = \frac{2 \cos x}{2\sqrt{\sin^2 x}} \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \sin x = 0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$ تابع در بازه $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ نزولی و در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ صعودی است در نتیجه بنابر آزمون مشتق اول نقطه $(0, 0)$ مینیمم نسبی است. تابع در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ صعودی و در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ نزولی است در نتیجه بنابر آزمون مشتق اول نقطه $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ماکسیمم نسبی است.	۱	
۱۰	$f'(x) = \sqrt{3} - 2 \sin x \xrightarrow{f'(x)=0} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ نقاط بحرانی	۱	

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع:		مدت امتحان:																	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان:		تعداد صفحه: ۳																	
طراح سوال:																							
ردیف		پاسخنامه						نمره															
۱۱		$f'(x) = 4x^3 - 12x^2$ $f''(x) = 12x^2 - 24x \xrightarrow{f''(x)=0} x = 0, x = 2$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f''</td><td></td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>f'</td><td></td><td>U</td><td>∩</td><td>U</td></tr></table> نقاط عطف $(0,0)$ و $(2,-16)$						x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	f''		+	-	+	f'		U	∩	U	۲
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																			
f''		+	-	+																			
f'		U	∩	U																			
۱۲		$D = \mathbb{R}$ $y = 0$ مجانب افقی $y' = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}$ $y' = 0 \rightarrow x = \pm 1$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>↘</td><td>↗</td><td>↘</td></tr></table> 						x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'		-	+	-	y		↘	↗	↘	۲
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																			
y'		-	+	-																			
y		↘	↗	↘																			